BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Friderici, Daniel Gottlieb,

Anleitung zur Ausmessung und Berechnung der bey dem gemeinen Bauwesen vorkommenden Flächen und Körper nach Quadrat- und Cubic-Maaßen, für diejenigen Bauherrn und Professionisten, welche nicht die Geometrie, sonmdern nur die sogenannten Species der Rechenkunst und die Regel de Tri

Berlin [1799]

A.civ. 3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10059198-8
VD18 13414496

R

[Dn. Glie. Friderici]

Anleitung

zur

Ausmessung und Berechnung

der

bey dem gemeinen Bauwesen

vorkommenden Flächen und Körper

nach Quadrat- und Cubic-Maaßen,

für

diejenigen Bauherrn und Professionisten,

welche nicht die Geometrie,

sondern nur die sogenannten Species der Rechenkunst

und die Regel de Tri verstehen.

R

Mit vier illuminirten Kupfern.

Berlin,

in der Viewegschen Buchhandlung

an der Petrikirche.

Sta

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Einleitung.

Es ist bekannt, daß in den Bauanschlägen die Positionen der zu verfertigenden Arbeiten und die Preise dafür mehrentheils nach dem sogenannten Quadrat und Cubic-Maaß berechnet und ausgeworfen werden.

Der Verfasser gegenwärtiger Blätter weiß sehr wohl daß es überall Professionisten giebt, welche Anschläge in dieser Art zu beurtheilen oder nach diesen Forderungen selbst zu machen verstehen, und daß solche also seines Unterrichts nicht bedürfen.

Es ist aber auch sehr wahr, daß es viele sonst in der Ausübung ihres Metiers geschickte Männer giebt, denen es (größtentheils wohl ohne ihre Schuld und aus Mangel des Unterrichts in der Jugend) sogar an deutlichen Begriffen von dem Quadrat- und Cubic-Maaße fehlt, die folglich eine darauf gegründete Berechnung nicht einmahl verstehen, geschweige daß sie solche selbst anlegen können.

Noch weniger kann man von allen Bauherren und insonderheit von Oekonomen, die sich doch oft mit Baugeschäften abgeben müssen, erwarten daß sie von der Methode die Baumaterialien und die auszuführenden Arbeiten zu berechnen, soviel Kenntnisse haben sollten, als doch im vorkommenden Fall schlechterdings erforderlich ist.

Dem Verfasser ist auch nicht unbekannt daß bereits verschiedne Schriftsteller versucht haben, eine solche plane Unterweisung der Geometrie aufzustellen, womit mau sich bei

einigem Nachdenken forthelfen konnte. Allein, er findet doch daß der Vortrag noch nicht in dem zweckmäßigen, das ist in dem populären Tone abgefaßt ist, in welchem es ihm schon öfters durch mündlichen Unterricht gelang, Leuten die nur die sogenannte Species der Rechenkunst und die Regel der Tri verstanden, die Quadrat- und Cubikrechnung bei gemeinen Gegenständen, beizubringen; und derselbe hofft, daß solches auch durch diese Blätter, ohne mündlichen Unterricht wird erreicht werden können.

Zuweilen versteht ein Handwerksmeister dergleichen Berechnungen noch wohl für sich; nur fehlt es ihm an der Gabe diese Kenntnisse andern mitzutheilen; dieser wird hier einen Leitfaden finden, um seinen Gesellen und Lehrlingen eine Sache beizubringen, welche für sie von großem Werth seyn muß.

Die Berechnungsart der Flächen und Körper ist nicht nur (obwohl hauptsächlich) Steinmetzen, Maurern und Zimmerleuten,

sondern auch andern Künstlern und Professionisten, als Staffiermahlern, Tapazierern, Gärtnern, Tischlern, Steindammern u. a. m. nützlich und nothwendig.

Keinem Schulmann von der geringen Klasse, bei dem man doch einiges Nachdenken und die Anfangsgründe der Rechenkunst mit Inbegriff der Regel de Tri, voraussetzen kann, wird es zu schwer fallen, das hier von der Quadrat- und Cubicrechnung Vorgetragene, erst nach diesem Buche selbst recht verstehen zu lernen, und es dann seinen Schülern deutlich vorzutragen.

Ob es nicht von wesentlichem Vortheil für die bürgerliche Gesellschaft seyn müsse, wenn selbst in den gemeinsten Schulen, den Knaben die oftgedachte Berechnungsart auf diese Weise beigebracht würde, stellt der Verfasser der Prüfung anheim.

Wer Gelegenheit hat die Geometrie wissenschaftlich nach Gründen zu erlernen,

der wird freilich um so besser daran seyn; allein wenn es an vielen Orten an einem solchen gründlichen Unterricht fehlet, soll denn deshalb nichts ausgemessen, nichts berechnet werden, was doch ohne die Beweise der Geometrie inne zu haben, geschehen kann?

Wo sind wohl unter den gemeinen Schulen diejenigen, in welchen der Grund davon gelehrt wird, warum z. B. in der Regel de Tri, das zweite Glied mit dem dritten multiplicirt und das Produkt mit dem ersten Gliede dividirt werden muß, um das vierte Glied oder das Resultat der Aufgabe zu bekommen?

Sollte also, weil nicht alles was diese Operation deutlich und begreiflich macht, vorhergegangen, nicht nach der Regel der Tri gerechnet werden, was doch selbst mit schwereren Rechnungen in dem Gang der Geschäfte, ohne den mindesten Nachtheil geschieht, indem alles nur auf richtige Resultate ankömmt?

Diese Anweisung zur Quadrat= und Cubicrechnung wird also auch diejenigen hinlänglich leiten, welche ohne dieselbe sich vielleicht üm gar nichts bekümmern, und alles einem bloßen Ohngefähr überlassen würden.

1.

Die Gebäude sind von Holz, Steinen, Eisen und dergleichen Baumaterialien zusammengesetzt, welche man so wie andre Dinge, die eine gewisse Länge, Breite und Dicke haben, Körper zu nennen pflegt.

2.

An dergleichen Körper kann man nun entweder bloß die Länge derselben ausmessen; zum Exempel, man will bloß wissen wie lang ein Balken, eine Mauer u. s. w. sey, oder

3.

Es frägt sich wie groß diese oder jene der Oberflächen jenes Körpers sind; zum Beispiel, die äußere Fläche einer Mauer, um die Kosten des Abputzens derselben zu bestimmen.

4.

Oder, man verlangt den eigentlichen Inhalt eines Körpers zu wissen; z. E. von einer Mauer, um zu berechnen wie viel andere kleinere Körper, von einer bestimmten Größe, als z. B. Ziegel, in diese Mauer hineingehen, oder zu dem Aufführen derselben erforderlich sind.

5.

Um nun eine bloße Länge zu messen, kömmt es lediglich darauf an, ein gewisses Maaß (gewöhnlich das bekannte Maaß eines Fußes) so oft als es angehet, an der auszumessenden Länge anzuschlagen; so würde man also, wenn man an einem Stücke Holz den Fußstock vierundzwanzigmahl hintereinander angelegt hätte, sagen können, daß dies Stück Holz vierundzwanzig Fuß lang sey.

6.

Wenn man aber eine Fläche auszumessen hat, so muß die Ausmessung auch durch eine andre Fläche von bestimmter Größe geschehen. Man stelle sich vor, daß man sich ein Brett abcd Fig. 1. gemacht hätte, welches

gerade einen Fuß lang und einen Fuß breit wäre (welches man einen Quadrat-Fuß nennt) Wenn man nun dieses Brett so oft, als es angehet, auf eine Fläche angelegt hätte, so könnte man sagen, die Fläche oder Wand enthält so viele Quadrat-Fuß, als oft das Brett auf derselben hat aufgelegt werden können.

7.

Will man den Inhalt eines Körpers wissen, so muß die Ausmessung auch durch einen Körper geschehen.

Man stelle sich wiederum einen oder lieber mehrere Würfel vor, wovon jeder genau einen Fuß lang, einen Fuß breit und einen Fuß hoch wäre (welchen man einen Cubic-Fuß nennt). Könnte man nun in der bestimmten Größe, welche eine Mauer haben soll, z. B. 36 solche Würfel neben und aufeinander stellen, so könnte man sagen, die Mauer wird 36 Cubic-Fuß enthalten.

Anmerk. Ein Würfel ist ein solcher Körper welcher einerlei Länge, Breite und Höhe hat und dessen Seitenlinien oder Kanten genau nach dem Winkelmaße gearbeitet sind. Ein

Würfel heißt auf lateinisch ein Cubus, und daher ist die Benennung Cubic-Fuß, gewöhnlich.

8.

Es würde indessen sehr mühsam, ja nicht einmahl wohl möglich seyn, bei Ausmessung der Flächen, nach dem vorgedachten bloßen Beispiel, einen ausgeschnittnen Quadrat-Fuß so oft auf die Fläche anzulegen als derselbe eine neue Stelle auf selbiger einnehmen könnte, oder die Größe welche ein Körper, eine Mauer haben soll, erst abzuschnüren und so viele ausgearbeitete Cubicfuß auf und nebeneinander zu stellen, als dieser Raum fassen könnte. Alle diese Weitläuftigkeiten sind aber auch nicht nöthig, sondern es darf bei Flächen nur die Länge und die Breite derselben, und bei Körpern nur die Länge, Breite und Höhe derselben, mit dem Maaßstocke ausgemessen werden, das übrige ist durch die Rechenkunst auszumitteln.

9.

Bevor wir aber weiter gehen, ist noch 1) wegen des Längen-Maßes zur Aus-

messung der Längen, Breiten und Höhen, 2) wegen des Flächen-Maßes zur Ausmessung der Flächen, und 3) wegen des sogenannten Cubic-Maßes zur Ausmessung der Körper, folgendes zu bemerken.

10.

Die Länge desjenigen Maßes, welches man gewöhnlich einen Fuß oder einen Schuh nennt, ist fast in jedem Lande verschieden. In den mehrsten der Preußischen Provinzen ist aber der Rheinländische Fuß angenommen und eingeführt, wovon unten auf der ersten Kupfertafel die Hälfte, oder ein solcher halber Rheinländischer Fuß abgezeichnet ist, und wornach also ein jeder seinen Zoll oder Fußstock probiren kann, ob derselbe richtig ist oder nicht.

Anmerk. Dieser halbe Fuß ist nicht auf der Kupferplatte gestochen, weil das Papier beim Abdrucke naß gemacht werden muß, und durch das nachherige Trocknen sich wieder etwas zusammen zieht, sondern dieser Maßstab ist erst noch dem Abdrucke der Kupferplatte und nachdem das Papier trocken worden, aufgezeichnet.

11.

Ein Fuß ist in 12 gleiche Theile oder Zolle eingetheilt, und jeder Zoll wieder in halbe, viertel und Achttheil oder auch wohl in zwölf Theile eingetheilt, und ein solcher zwölfter Theil eines Zolles heißt eine Linie.

12.

Zwölf solche ganze, (oder 24 solche halbe Füße) als hier abgezeichnet, machen eine Rheinländische Ruthe aus.

Anmerk. Der Feldmesser theilt diese zwölf Fuß, oder die Ruthe in 10 Theile oder Füße. Seine Ruthe ist also mit der der Bauleute und Teichgräber gleich, allein seine Füße sind größer und länger.

Dies gehet uns aber hier weiter nichts an, und wird nur erinnert damit, wenn jemanden eine Feldmesserkette zu Gesicht kömmt, er sich nicht durch die längern Füße irrig machen lassen darf.

Genug, beim Bau und bei Teichgräber-arbeiten wird der auf der Kupferplatte vorgestellte Fuß gebraucht, deren 12 eine Ruthe ausmachen, und diese 12 Fuß kommen mit 10 Landmesser Fuß überein.

13.

Da es nicht angehet die Maße weiter in ihrer wahren Größe auf dem Papier vorzustellen, so muß man sich unter der kleinen Linie c d Fig. 2. die wirkliche Länge eines Zolles gedenken. Ein winkelrechtes Viereck Fig. 2. welches nun so lang und breit ist als ein hier angenommer Zoll c d (sonst aber so lang als breit als ein wirklicher Zoll) heißt ein Quadrat Zoll.

Setzen wir nun 12 solche Linien als c d aneinander in e f Fig. 3., so bedeutet e f hier die Länge eines Fußes. Machen wir nun mit dieser Länge e f ein rechtwinkliches Viereck e g h f, so bedeutet nur solches hier einen Quadrat Fuß (der in der Wirklichkeit einen Fuß lang und einen Fuß breit ist.)

Trüge man nun die einen Fuß vorstellende Linie e f wieder 12 Mal auf die Linien i k Fig. 4., so würde die Linie i k hier eine Ruthe und das damit gemachte Viereck i l m k eine Quadrat-Ruthe vorstellen, (welche in der Wirklichkeit eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist.)

14.

Um sich nun einen deutlichen Begriff zu machen, wie viele Quadratzoll ein Quadratfuß hat, so stelle man sich vor, daß man sich eine Menge solcher Quadrate als Fig. 2., von einem Zoll lang und einem Zoll breit (nach der hier zu einem Zoll angenommenen Länge c d) ausgeschnitten hätte, so ist offenbar, daß an der Linie e f Fig. 3., 12 solche Quadrate angelegt werden könnten; und wiederum daß man gegen die eben so lange Linie e g, 12 solcher Reihen kleiner Quadrate (oder Quadratzolle) hintereinander legen könnte, womit der ganze Quadratfuß (hier im Kleinen, so wie wenn man Quadrate von einen wirklichen Zoll gemacht und einen Viereck von einen wirklichen Fuß abgezeichnet hätten) bedeckt seyn würde.

Um nun zu wissen wie viele dergleichen kleine Quadrate oder Quadratzolle auf dieser Fläche liegen, ist es nicht nöthig sie einzeln zusammen zu zählen, sondern das kann so ausgerechnet werden

in einer Reihe liegen 12 Quadrate
Nun sind . . . . . 12 Reihen,
also multiplicirt . . 24
12
giebt . . . . 144 Quadrate

und folglich enthält ein Quadrat-Fuß 144 Quadratzoll.

15.

In eben der Art kann man sich auch Vierecke von der Größe eines hier angenommenen Fußes e f Fig. 3., ausgeschnitten gedenken, und man wird, wenn man sich eine eben solche Zusammenlegung derselben auf das Fig. 4., eine Quadratruthe vorstellende Viereck vorstellet, leicht einsehen, daß auch 144 solcher Quadrate dieses Viereck bedecken.

Da nun auch eine wirkliche Quadratruthe mit eben so vielen Quadrate bedeckt werden könnte, deren jedes einen wirklichen Fuß lang und breit ist, so folgt, daß eine Quadratruthe 144 Quadratfuß enthält.

Anmerk. Anstatt Quadratruthe, Quadratfuß, Quadratzoll, pflegt man wohl abgekürzt zu drucken oder zu schreiben, □Ruthe, □Fuß,

□Zoll, oder auch wohl nur □R., □F., □Z. Der Abkürzung wegen wollen wir uns in der Folge der vorletzten Bezeichnung bedienen.

16.

Bleiben wir dabei daß c d Fig. 2., hier die Länge eines Zolles vorstellen soll, und gedenken uns unter Fig. 5. einen Würfel von dieser Länge, Breite und Höhe, so können wir solchen für einen Cubiczoll annehmen, und man wird leicht finden, daß da eine jede Fläche dieses Würfels einen Zoll lang und einen Zoll breit ist, oder daß da sie ein Quadratzoll enthält, man auf ein Quadrat welches 12 Zoll lang und 12 Zoll breit (nach dem hier angenommenen verjüngten Maaß) oder ein Quadrat Fuß hätte, 144 solcher Würfel nebeneinander stellen könnte, (weil ein Quadratfuß 144 Quadratzoll hat.) Eben so leicht ist einzusehen, daß, um einen Würfel herauszubringen, der 12 Zoll oder einen Fuß hoch seyn soll, das ist, um einen Cubicfuß hervorzubringen (es sey nun hier im Kleinen, oder wirklich im Großen) 12 solcher Schichten Würfel, jede von 144 Stück, aufeinander gesetzt

werden müßten, wie solches in Fig. 6. vorgestellt ist.

17.

Nun brauchen wir ebenfalls wieder nicht alle diese einzelnen Würfel, die in einen Cubicfuß enthalten sind, einzeln zu zählen, sondern das kann leicht ausgerechnet werden.

Nemlich, auf die Grundfläche eines Quadratfußes gehen

144 Würf. (oder Cubicz.)

und auf einen Fuß

hoch . . 12 solcher Schichten

multiplicirt . . 288

144

giebt . . 1728

also enthält ein Cubicfuß 1728 Cubiczoll.

18.

Auf einer □Ruthe welche nach No. 15. und der 4. Fig., 144 □Fuß enthält, kann man nun ebenfalls 144 solcher Würfel aufstellen, wovon jeder einen Fuß lang, einen Fuß breit und einen Fuß hoch ist, oder so viele Cubicfuße; Um nun einen Würfel zu erhalten, der eine

Quadraruthe zur Grundfläche, und auch eine Ruthe zu seiner Höhe hätte, das ist eine Cubicruthe zu erhalten, müßte man 12 solcher Schichten von Würfel oder Cubicfüße, aufeinander stellen, und man findet also

weil auf eine Quadratruthe 144 Cubicfüße stehen können

und auf einer Höhe von einer Ruthe 12mal so viele aufeinander gestellt werden, wenn man mit . . 12 multiplicirt

288
244

daß eine Cubicruthe . . 1728 Cubicf. enthält.

19.

Die Cubicruthe ist aber nicht zu Ausmessungen bei dem Häuserbau gewöhnlich, sondern nur bei dem Bau der Bühnen oder Packwerke von Faschinen.

Bei dem Bau nimmt man nur den zwölften Theil einer Cubicruthe, oder einen Körper von 12 Fuß lang, 12 Fuß breit und (anstatt daß die Cubicruthe auch 12 Fuß hoch ist) nur von

einen Fuß hoch an, welches eine Schachtruthe genannt wird.

Eine Schachtruthe ist also 12 Fuß lang, 12 Fuß breit und einen Fuß hoch, mithin enthält sie nur 144 Cubicfuß.

Anmerk. Man muß sich nicht vorstellen, daß eine Schachtruthe gerade eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und einen Fuß hoch seyn muß, sondern eine jede andere Figur die 144 Würfel von einen Fuß lang, breit und hoch, oder 144 Cubicfuß einnimmt, ist eine Schachtruthe.

Z. B., man besetze anstatt einer ganzen Quadratruthe mit 144 Cubicfuß, nur die Hälfte derselben, das ist 12 Fuß lang und 6 Fuß breit, mit 72 Cubicfuß; und stelle noch eine solche Schicht von 72 Cubicfuß darauf, so hat man ebenfalls 144 Cubicfuß, auf 12 Fuß lang, 6 Fuß breit und 2 Fuß hoch, oder eine Schachtruthe.

20.

Kurze Wiederholung desjenigen, was von dem Vorhergehenden bei dem Häuserbau erforderlich ist:

Es hat also im Längenmaaß
eine Ruthe 12 Fuß
ein Fuß 12 Zoll
ein Zoll 12 Linien
Bei dem Flächen- oder Quadratmaaß
eine □Ruthe 144 □Fuß
ein □Fuß 144 □Zoll
Bei dem Körper- oder Cubicmaaß
eine Schachtruthe (als der 12te Theil einer Cubicruthe Nr. 19.) 144 Cubicfuß.
Ein Cubicfuß 1728 Cubiczoll.

21.

Ehe wir weiter gehen, muß man sich folgende leichte Sätze genau merken:

1) Wenn zwei gerade Linien in einen Punkt zusammenstossen, so machen sie einen Winkel als Fig. 7.
2) Wenn die unterste Linie weiter als die Spitze des Winkels hinausgehet, so hat man zwei Winkel nebeneinander, nemlich Fig. 8. die Winkel a b c und c b d.
3) Wenn die Linie c d Fig. 9. auf der Linie e f dergestalt aufgerichtet oder gezogen

ist, daß sie nach keiner Seite überhängt, so nennt man die Winkel oder jeden für sich, einen rechten Winkel, und man sagt dabei auch daß die Linie c g auf der c f Winkelrecht oder perpendilar stehe.

Da die rechten Winkel und die winkelrechten Linien am mehrsten vorkommen werden, so muß man sich selbige vorzüglich merken, wozu auch noch gehört, daß der rechte Winkel daran erkannt wird, daß zwischen seinen Linien aus der Spitze just der vierte Theil eines Zirkelumkreises beschrieben werden kann; so ist zum Beispiel in Fig. 9. der halbe Zirkel e c f durch die zwei rechten Winkel oder durch die winkelrechte Linie c g in zwei gleiche Theile oder in zwei viertel Zirkel getheilt.

Anmerk. Sowohl die großen Winkelmaaße, deren sich die Zimmerleute bedienen, als auch die kleinen Fig. 10. oder die hölzernen Dreiecke Fig. 11.; welche man in den Reißzeigen findet, sind genau nach dem rechten Winkel gearbeitet.

Will man nun eine winkelrechte oder eine perpendikulaire Linie auf einer andern ziehen, als z. B. auf h i Fig. 12., so darf man nur das Winkelmaaß oder das Dreieck mit einer Seite an die Linie h i dergestalt anlegen, daß die Spitze des rechten Winkels desselben, an den Punkt liegt, auf welchen die Perpendikulairlinie gezogen werden soll, als i, und dann mit Bleistift längst der Seite k i das Winkelmaßes oder des Dreiecks, eine Linie ziehen; welche alsdann winkelrecht auf die untere Linie h i stehet.

22.

Ein Winkel Fig. 14. der kleiner ist als ein rechter Winkel, heißt ein spitzer Winkel, und ein Winkel Fig. 15. der größer ist als ein rechter Winkel, heißt ein stumpfer Winkel.

23.

Zwei oder mehrere gerade Linien, welche niemals zusammen stoßen, sondern immer gleich weit von einander entfernt bleiben, man mag sie noch so weit verlängern, nennt man Parallellinien, wie Fig. l m, n o, p q.

24.

Ein jeder Raum der von 4 Seiten eingeschlossen wird, heißt ein Viereck, als Fig. 16, 17 und 18, und zwar nennt man sie rechtwinklichte Vierecke, wenn die gegenüberstehenden Seiten Fig. 16, a b und c d, auch a c und b d gleich lang und nach No. 28 zugleich parallel sind (das ist gleich weit von einander abstehen,) imgleichen wenn die 4 Winkel rechte Winkel sind.

Vom Quadrate ist zwar schon die Rede gewesen, allein es kann hier der Deutlichkeit wegen angemerkt werden, daß es auch die vorher beschriebenen Eigenschaften hat, nemlich daß es 4 rechte Winkel hat, daß die gegenüberstehenden Seiten parallel sind, und daß die 4 Seiten einander gleich sind, (das ist gleich lang sind.)

Anmerk. Die in der Baukunst auszumessenden Flächen, als die Fußboden, Decken, Wände, Thüren, Fenster ꝛc. sind mehrentheils winkelrechte Vierecke.

25.

Es giebt indeß auch andere schiefe Vierecke als Fig. 17 und 18, ingleichen Flächen die

die von mehr als 4 Seiten eingeschlossen sind, diese heißen denn 5Ecke, 6Ecke, 7Ecke u. s. w. und zwar wenn die Seiten gleich lang und die Winkel gleich groß sind, ein regelmäßiges Fünfeck Fig. 19., ein regelmäßiges Sechseck Fig. 20.; sind aber die Linien und Vierecke verschieden als Fig. 21., so nennt man sie überhaupt unregelmäßige Figuren.

26.

Mit den Körpern hat es gleiche Bewandniß. Man theilt sie so wie die Flächen in regelmäßige und in unregelmäßige Körper ein.

Weil aber bei gewöhnlichen Bauten nur mehrentheils winkelrechte Körper vorkommen, das heißt solche, an deren Ecken lauter rechte Winkel sind, (als z. E. an einen Mauerstein) so brauchen wir hier nur zu merken:

1) Den Würfel, welches ein regelmäßiger rechtwinklichter Körper ist, an dem alle Seiten gleich lang sind, und wovon lauter rechte Winkel vorkommen.

2) Die winkelrechte länglichten Körper Fig. 22 und 23, als zugerichtetes Holz, Mauersteine ꝛc.

27.

Körper, welche unten und oben gleich große Cirkelflächen haben, als die Höhlung eines Brunnens, oder diese Höhlung mit sammt der Mauer des Brunnens, oder ein oben und unten gleich breiter Cirkelrunder Thurm, Walzen, Wellen ꝛc. werden Cylinder genannt. Fig. 24.

Anmerk. Runde Holzstämme und Säulenschäfte gehören nicht mit dazu, weil sie oben eine etwas kleinere Fläche haben als unten.

28.

Die Ausmessung oder die Berechnung der vorgedachten Flächen und Körper kann nun auf zweierley Art vorkommen, nemlich entweder;

1. Bei oder an den Gebäuden selbst, oder
2. nach einem Riß von dem Gebäude,

Wie im ersteren Fall die Längen, Breiten und Höhen mit einem Maaßstocke gemessen werden, ist bekannt und auch hier schon erwähnt worden.

Allein wegen der Maaßstäbe und des Abmessens der Linien auf den Rißen nach selbigen, ist folgendes zu merken.

29.

Es ist nemlich, je nachdem man den Riß groß oder klein hat machen wollen, eine gewisse Länge z. E a b Fig. 25. für einen Fuß angenommen; diese Länge ist 10mal hintereinanderweg von a nach d aufgetragen, und diese Abtheilung mit Striche bemerkt worden; nun sind ferner diese 10 Theile (deren jedes einen Fuß vorstellt) zusammengefaßt und aus d in dem Punkte aufgetragen und bemerkt worden, wo die Zahlen stehen.

30.

Nicht selten findet man nun daß gleich da wo die einzelnen Abtheilungen aufhören 10 stehet, dann folgt 20, 30 u. s. w., wie die oberen Zahlen in der 25sten Figur.

Dies ist aber sehr falsch und kann zu großen Irthümern Gelegenheit geben; denn gesetzt man wollte 37 Fuß auf diesen Maasstabe abnehmen, so würde man leicht den einen Fuß des Zirkels da einsetzen, wo 30 stehet und mit den andern Fuß des Zirkels noch 7 einzelne Füße fassen.

Man hätte aber eigentlich nur 27 Fuß anstatt 37 gefaßt, oder man könnte leicht eine mit dem Zirkel abgenommenen Linie von 27 Fuß, wegen der unrechten Stellung der Zahl 30, für 37 Fuß lang angeben.

31.

Es müssen daher die Zahlen bei den Maaßstäben so angeschrieben werden, wie die untern Fig. 25, nemlich die 10 muß nicht da stehen wo die einzelnen Füße aufhören, sondern um 10 Fuß zurück.

Sind in Rißen die Maasstäbe wie vorgedacht oder wie die obern Zahlen Fig. 25 zeigen, falsch beschrieben, so muß man solche gleich (wie auch hier in der Figur geschehen) ausstreichen und selbige so wie die untern Zahlen zeigen, beschreiben.

Denn wenn man hiernach z. B. 37 Fuß fassen will, und man setzt den einen Fuß des Zirkels da ein wo die Zahl 30 stehet und faßt noch 7 einzelne Theile oder Fuß dazu, so hat man richtig eine Linie von 37 Fuß und man kann also nicht irren.

32.

Die Maasstäbe auf den Baurissen sind gewöhnlich nur klein, weil die Risse sonst zu groß werden müßten. Man kann also die einzelnen Zolle nicht füglich darauf abtheilen oder mit den Zirkel abnehmen. Man begnügt sich daher einen Fuß nur in die Hälfte und in Viertel zu theilen, oder in 3, 6 und 9 Zoll, wie a b Fig. 25.

33.

Will man zur Uebung die Linien e f, i k, g h ausmessen, so wird man finden, daß wenn man e f mit den Zirkel faßt, und die eine Spitze da einsetzt wo unten 20 stehet, die andere Spitze des Zirkels gerade da hinreichen wird, wo die einzelnen Abtheilungen anfangen; diese Linie hat also keine einzelnen

Fuße, sondern sie ist gerade zwanzig Fuß lang.

Nimmt man i k mit den Zirkel, so wird man finden, daß wenn die eine Spitze in 30 gesetzt wird, die andere noch 3 einzelne Fuß faßt; sie ist also 33 Fuß lang.

Faßt man die Linie g h so zeigt sich, daß wenn der eine Fuß des Zirkels in 20 gesetzt wird, der andere noch 6 ganze Fuß und von den folgenden 7ten ohngefähr die Hälfte faßt, sie ist also $26\frac{1}{2}$ Fuß oder 26 Fuß und 6 Zoll lang.

Wenn eine Spitze des Zirkels zwischen einer Abtheilung von ganzen Füßen stehet, so muß man durch den in die Hälfte und in Viertel eingetheilten vordern Fuß nach dem Augenmaß schätzen, ob das über einen ganzen Fuß sich abschneidende Stück $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ Fuß ist.

34.

Einzelne Zolle können, wie gesagt, auf solchen Maasstäben nicht abgenommen werden, sondern wenn das seyn soll, so müssen die Maasstäbe größer und so beschaffen seyn, wie der Fig. 26 vorgestellte.

Es ist nemlich dabei die Länge welche einen Fuß vorstellen sollen, nicht 10- sondern 12mahl aufgetragen. Dann ist eben diese Länge aus a in b und aus c in d winkelrecht aufgetragen, die Punkte b und d zusammen, und auch eine schrägen Linie aus b nach c gezogen, welche alle in den Abtheilungspunkten errichtete Winkelrechte (oder perpendikulaire Linien) durchschneidet, und zwar so daß der kleine Abschnitt 1, ein, der mit 2 bezeichnete, zwei, der mit 3 bezeichnete, drei Zoll beträgt u. s. w. bis 12.

Um diesen Maasstab zu verlängern sind aber nicht von c weiter, 12 Fuß zusammen, sondern nur 10 und so weiter immer 10, aufgetragen, weil, wenn es 12 wären, wieder Verwirrung entstehen würde.

Will man nun nach diesem Maasstab z. E. die Linien m n messen, so wird man finden, daß wenn man den einen Fuß des Zirkels in 10 setzt, der andere noch 2 ganze Fuß mehr und noch ein Stück zwischen den 2ten und 3ten Fuß faßt; die 10 und 2 ganze, das wären also 12 Fuß; nun nimmt man das übrige Ende zwischen den 2ten und 3ten Fuß besonders mit den Zirkel ab, und hält es gegen eine

der aufwärts gehenden Linien, wo dieses Maaß zwischen der untern und der schrägen Linie paßt; hier z. B. wird es an der Linie zutreffen wo 8 stehet, folglich ist die Linie 12 Fuß und 8 Zoll lang.

Anmerk. Wenn man Linien mit den Zirkel faßt und auf den Maasstabe mißt, muß man den Zirkel nicht schräg mit dem Riß oder Papier, sondern recht gerade auf halten, so daß die Spitzen des Zirkels nicht an den Punkten anliegen, sondern gerade in selbigen stehen; jedoch muß man behutsam verfahren, und nicht durch das Papier durchstehen.

Man muß auch den Zirkel nicht mit beiden Händen fassen, sondern mit einer Hand regieren, das ist, Auf- und Zumachen, welches sich bei einiger Uebung leicht findet, indem man an einem Fuß des Zirkels den Daumen, den Zeigefinger auf den andern Fuß des Zirkels zum Zudrücken und den Mittelfinger zwischen die Zirkelfüße legt, womit man dieselben eröffnen kann. Die beiden kleinen Finger liegen alsdann unter den Zirkel.

35.

Nachdem nunmehr der Gebrauch der auf den Baurissen vorkommenden Maasstäbe, womit man die darauf vorgestellte Längen, Breiten oder Dicken und die Höhen ausmißt, gezeigt

worden, so schreiten wir zur Anweisung der Berechnung der Flächen und der Körper selbst.

36.

Um den Flächeninhalt der rechtwinklichten Vierecke auszurechnen; muß man die Länge derselben mit ihrer Breite oder Höhe multipliziren.

Gesetzt man wollte wissen wie groß das winkelrechte länglichte Vierecke (etwa eine Wand) Fig. 27 sey?

Man wird finden daß diese Fläche nach dem unten gezeichneten Maasstabe

	25	Fuß lang ist
und . .	13	Fuß hoch oder breit
multiplic. .	75	
	25	
giebt . .	325	□Fuß für den Inhalt dieser Fläche.

Will man nun wissen wie viele □Ruthen das sind, so darf man nur die 325 □Fuß mit 144 dividiren, weil nach No. 20 eine Quadratruthe 144 □Fuß enthält.

144	325	1
	144	
	81	

beträgt 1 □Ruthe und 81 □Fuß.

37.

In diesen Exempel, waren nnn sowohl bei der Länge als Breite, gerade ganze Füße; gesetzt aber daß die Länge sowohl als die Breite Fuße und Zoll entheilte; alsdann muß erst alles zu Zolle gemacht werden.

Z. B. die Fläche wäre 25 Fuß 5 Zoll lang und 13 Fuß 4 Zoll breit, so sind

	25 Fuß
multiplic. mit .	12 (weil ein Fuß 12 Z. hat)
	50
	25
	300 Zoll
hiezu noch die .	5 Zolle addirt
	305 Zolle, Länge der Fläche.
	13 Fuß
multiplic. mit .	12 (weil ein Fuß 12 Z. hat)
	26
	13
	156
und hiezu die .	4 Zoll
	160 Zoll, Höhe der Fläche.
Nun setze man	305 Zoll die Länge der Fläche
multiplic. mit	160 die Höhe der Fläche
	28300
	305
sind . .	48800 Quadratzoll für den Inhalt der Fläche.

Weil nun nach No. 20 ein □Fuß 144 □Zoll hat, so müssen diese

erst mit 144 dividirt werden	48800	338
	432	
	560	
	432	
	1280	
	1152	
	128	

giebt 338 Quadratfuß und 128 □Zoll, oder (wenn man die 338 □Fuß mit 144 dividirt, weil eine □Ruthe 144 □Fuß hat) 2 □Ruthen 50 □Fuß und 108 □Zoll.

38.

Sollte auch die Länge Fuß und Zoll haben, und die Breite gerade Füße und keine Zolle enthalten, oder umgekehrt, so muß doch alles zu Zolle gemacht werden.

Z. E. eine Wand sey 18 Fuß lang und 12 Fuß 9 Zoll hoch, so

sind 18 Fuß . . .	216 Zoll
und 12 Fuß 9 Zoll .	153
	648
	1080
	216
giebt	33048 □Zolle;

diese wie vorhin mit 144 dividirt, um die Quadratfüße zu erhalten, und wiederum mit 144 dividirt, um die □Ruthen herauszubringen, giebt 1 □R. 85 □Fuß und 72 □Zoll.

Anmerk. Diejenigen welche mit Brüchen zu rechnen gewohnt sind, brauchen diese Weitläuftigkeiten nicht; sie würden bei dem Exempel (32) anstatt 25 Fuß 5 Zoll, $25\frac{5}{12}$ Fuß, und anstatt 13 Fuß 4 Zoll, $13\frac{1}{3}$ Fuß, bei dem vorhergehenden Exempel aber anstatt 12 Fuß 9 Zoll $12\frac{3}{4}$ Fuß gesetzt, und diese Brüche gleich mit einander multiplicirt haben. Wer aber die Rechnungen mit Brüchen nicht inne hat, der muß sich schon einen weitläuftigern Weg zu gehen, gefallen lassen.

Jedoch ist anzumerken, daß man die bei der Division übrig bleibenden □Zolle gänzlich wegläßt, und selbst daß man

da eine $\frac{1}{2}$ □Ruthe	—	72	□Fuß hat.
$\frac{1}{4}$ □R.	— —	36	— —
$\frac{3}{4}$ □R.	— —	108	— —
$\frac{1}{3}$ □R.	— —	48	— —
$\frac{2}{3}$ □R.	— —	96	— —

wenn sich die übrig bleibenden □Fuße diesen Zahlen nähern, anstatt derselben einen solchen Theil einer □R. anschreibt, wenn es Arbeiten betrift, die nach □Ruthen bezahlt werden, als Abputz u. dgl.; so würde man z. B. ohne Nachtheil anstatt 110 □Fuß, $\frac{3}{4}$ □R., anstatt 33 □F., $\frac{1}{4}$□R. ansetzen können.

39.

Den Flächen-Inhalt der Dreiecke zu berechnen; Auf der längsten Linie derselben a b Fig. 28, muß man dergestalt eine Perpendikular-Linie c d ziehen, daß sie aus der Spitze des Dreiecks c, auf die gedachte längste Linie a b stehet.

Alsdann mißt man diese längste Linie, und auch die Linie c d, multiplizirt diese beiden Maaße und halbirt das Herausgekommene, welches der Inhalt des Dreiecks ist.

Z. B. die Linie a b ist . . .	23	Fuß lang
die Linie c d . . .	13	
	69	
	23	
Halbirt, od. mit 2 divid.	299	
giebt	149½	□Fuß als den In-

halt des Dreiecks a b c Fig. 28.

Anmerk. Es versteht sich von selbst, daß wenn die Linien Fuße und Zolle haben, daß so verfahren werden muß wie bei No. 32 und 33 gelehrt worden, daß nemlich alles zu Zolle gemacht werden muß, denn das muß

man sich ein vor allemahl merken, daß man nicht Ruthen mit Fuße, oder Fuße mit Zolle multipliciren oder dividiren kann, sondern daß solches nur mit gleichartigen Dingen angehet, als Ruthen mit Ruthen, Fuße mit Fuße und Zolle mit Zolle.

40.

Weiß man nun nach der vorigen Art ein Dreieck auszurechnen, so kann man auch alle mit geraden Linien eingeschloßene unregelmäßige Figuren ausrechnen, indem man solche durch gezogene Bleistifts-Linien in Dreiecke eintheilt, jedes Dreieck für sich ausrechnet und sie denn addirt, wodurch man den Inhalt der ganzen Figur bekömmt.

Z. B. Wenn man das unregelmäßige Viereck Fig. 29. ausrechnen will, so theilt man es erstlich durch die Linien e f in zwey Dreiecke.

Die Linie e h sey . .	17 Fuß
Die darauf aus der Spitze des Dreiecks gezogene Perpendikular Linien F. 9. . . .	8 —
multipl. giebt. . .	136
Halbirt, od. mit 2 divid.	68. □ Fuß für den Inhalt des ersten Dreiecks.

Die Grundlinie oder längste Linie des 2ten Dreiecks e f sey . 14 Fuß
Die aus der Spitze g auf e f gezogen Perpendikulär-Linie g i hat. 6
multipl. giebt 84
Halbirt, od. mit 2 dividirt gibt 42 □ Fuß als den Inhalt des 2ten Dreiecks.
Nun hatte das erste Dreieck 68 □ Fuß
Das 2te 42
Summa. 110 □ Fuß, der Inhalt des ganzen unregelmäßigen Vierecks.

41.

Wie die unregelmäßige Fünfseitige Figur, Fig. 30, in 3 Dreiecke eingetheilt und wie die Perpendikular-Linien in jede Dreiecke gezogen, ist aus der Zeichnung zu ersehen; wonächst, wenn jedes Dreieck für sich berechnet und denn der Inhalt der sämmtlichen Dreiecke addirt wird, der Inhalt der ganzen Figur herauskommt.

Anmerk. In der vorigen Figur sind 2 und in dieser 3 Winkelmesser gezeichnet; das will nicht sagen, daß man so viele Winkelmesser nöthig hat als Dreiecke vorhanden sind, son-

dern man braucht nur eins bei den Dreiecken nach einander; hier sind sie nur gezeichnet um das Anlegen derselben vorzustellen. Die Ausmessung der Linien nach dem beigezeichneten Maaßstabe und die Ausrechnung selbst können die Leser zur Uebung vornehmen.

Um aber bei noch zu weniger Geläufigkeit nicht gleich zu fehlen, wird bemerkt, daß

im Dreiecke No. 1 . die Linie a b mit c d
. . . . . . No. 2 . . . . . c b mit e f.
. . . . . , No. 3 . . . . . c e mit g h.

multiplizirt wird.

Das halbiren oder dividiren mit 2 bei jedem Dreiecke muß ja nicht vergessen werden.

42.

Auf einem schon angefertigten Riß lassen sich nun wohl die Linien zur Abtheilung der Figuren in Dreiecke, ingleichen die Perpendikular-Linien leicht mit Bleistift ziehen; allein auf einem Platze als z. B. auf einen Hoff, in einem Garten, auf einem Fußboden rc. geht solches nicht füglich an, daher müßten dergleichen Plätze, wenn deren Inhalt berechnet werden soll, erst nach dem verjüngten Maaßstabe in einem Riß gebracht werden.

Dabei verfährt man folgendergestalt;

Fig. 31. soll einen auszumessenden Hoff vorstellen.

Man theile denselben durch ausgespannte Schnüre von a nach b und von b nach d in Dreiecke ab.

Auf einem Blatte Papier Fig. 32 zeichnet man sich die vorhabende Figur ohngefehr auf und auch die Querlinien.

Nun mißt man mit einem Maaßstocke alle Linien der Figur und schreibt das Maaß am gehörigen Orte an, wie die in der Fig. 32 beigeschriebnen Zahlen, zeigen.

Alsdenn macht man sich auf einem andern geraden Papiere Fig. 33, einen Maaßstab.

Nach diesem Maaßstabe giebt man der Linie a c so viele Fuß und Zoll, als sie im Großen hatte und gemessen worden. Dann faßt man das Maaß der Linie c d mit den Zirkel auf dem Maaßstabe; setzt dann einen Fuß des Zirkels in den Punkt c und mit den andern wird ein Bogen (der in der Figur punktirt ist) gerissen. Nun nimmt man auch die Länge der Linie ad auf dem Maaßstabe ab; setzt den einen Fuß des Zirkels in a und mit den andern durchschneidet man den vorhin gezogenen Bogen in den Punkt d, alsdenn kann man die Linien a d und c d ausziehen.

Weiter; nimmt man auch die Linie d b nach dem Maaßstabe, setzt einen Fuß des Zirkels in den Punkt d und beschreibt wieder einen Bogen. Alsdann faßt man die Länge der Linien a b auf dem Maaßstabe, setzt einen Fuß des Zirkels in den Punkt a und durchschneidet den Bogen in den Punkt b; alsdenn werden die Linien a b und d b gezogen. Endlich so nimmt man auch die Länge b e, setzt den Fuß des Zirkels in den Punkt b und macht mit der andern Spitze desselben wieder einen Bogen. Wenn das Maaß der Linie a e abgenommen, so setzt man den einen Fuß des Zirkels in den Punkt a, durchschneidet den Bogen und zieht die Linien a e und b e, so hat man die Figur im Kleinen nach dem verjüngten Maaßstabe aufgetragen, und nunmehr kann man die Ausrechnung mit den Perpendikulärlinien, wie bereits gezeigt worden, vornehmen.

Anmerk. Des deutlichen Unterrichts wegen sind diese Perpendikulär-Linien in dieser Figur punktirt worden. Man sieht leicht auf welchen Linien der Dreiecke sie winkelrecht stehen, und mit diesen müßten die Perpendikulär-Linien jederzeit multiplizirt werden.

43.

Wenn eine Figur lauter gleich lange Seiten hat, z. B. das regelmäßige Sechseck Fig. 34, zu berechnen, so siehet man leicht ein, daß da die Dreiecke gleich groß sind, (weil die Linien des einen so lang als der andern sind) man nur eins auszurechnen braucht, dessen Inhalt man denn so oft nimmt, oder mit der Anzahl der vorhandenen Dreiecke multiplizirt, um den Inhalt der ganzen Figur zu erhalten.

Anmerk. Es ist No. 39 gesagt worden, daß man zur Berechnung der Dreiecke allemahl auf der längsten Linie derselben, die Perpendikular-Linie aufsetzen, und diese längste Linien mit der Perpendikular-Linie multipliziren soll. Es kann aber auch der Fall vorkommen, wo alle 3 Linien eines Dreiecks gleich lang sind, wie bei denen im regelmäßigen Sechseck Fig. 34; alsdenn ist es gleichgültig auf welcher von diesen 3 Linien man die Perpendikular-Linien aufsetzen will. Eben so kann es sich auch ereignen, daß 2 Seiten in einem Dreieck gleich lang sind (wobei die 3te allezeit kleiner ist als eine von diesen beiden) alsdenn ist es auch gleichgültig, welche von den zwei gleich langen Linien man nehmen will um die Perpendikular-Linie darauf auf-

zusetzen. (Eigentlich könnte man jede beliebige Linie des Dreiecks als Grundlinie annehmen, um die Perpendikularlinie darauf aufzurichten, allein, hier kommt es auf die einfachste Regel an.)

44.

Bevor gezeigt werden kann wie der Inhalt einer Zirkelfläche auszurechnen ist, muß man wissen, daß man gefunden hat, daß wenn der durch den Mittelpunkt eines Zirkels Fig. 34. gezogene Durchmesser a b, 7 Theile oder 7 Ruthen, oder 7 Fuß oder 7 Zoll hat, daß der Umkreiß alsdenn beinahe 22 solcher Theile, oder im ersten Fall, 22 Ruthen, im zweiten 22 Fuß, oder im dritten Fall 22 Zoll hat.

Will man nun den Umkreis eines jeden andern Zirkels wissen, z. B. von einem Zirkel der 12 Fuß im Durchmesser hat, so darf man nur nach der Regel de Tri setzen.

Ein Zirkel von 7 Fuß im Durchmesser hat 22 Fuß Umkreis, wie viel beträgt der Umkreis eines Zirkels der 12 Fuß im Durchmesser hat.

7 -- 22 -- 12
12
44
22
7) 264 | $37\frac{4}{5}$ Fuß.
21
54
49
5

Also ist der Umkreis eines Zirkels der 12 Fuß im Durchmesser hat $37\frac{5}{7}$ Fuß.

Anmerk. Wenn der Durchmesser Zolle hat, z. B. es wäre selbiger 9 Fuß 7 Zoll, so muß man zwar die 9 Fuß zu Zolle machen, indem man sie mit 12 multipl. (weil ein Fuß 12 Zoll hat) und die 7 einzelne Zolle dazu addiren, welches anstatt 9 Fuß 7 Zoll, 115 Zoll giebt.

Nun setzt man

7 -- 22 -- 115.

das ist, die Zahlen 7 und 22 bleiben unverändert und werden nicht mit 12 multiplizirt.

Führt man dieses Exempel aus, so erhält man

7 - 22 - 115
22
230
230
7) 2530 | $361\frac{3}{7}$ Zoll, oder
21 | 12) 361 | 30 Fuß 1 Zoll
43 | 36
42 | 1
10
7
3

für den Umkreis eines Zirkels der einen Durchmesser von 9 Fuß 7 Zoll hat. (Die ½ Zoll können weggelassen werden)

Um den Inhalt einer Zirkelfläche zu finden, muß der Durchmesser mit den Umkreis multipl. und von dem was herauskömmt, jederzeit der Vierte Theil genommen werden.

Hier ist der Durchmesser 115 Zoll.
Der Umkreiß . . . . 361 Zoll.

	115
	690
	345
Hiervon den 4ten Theil od. mit 4 dividirt .	41515
giebt .	10378 □ Zoll für den

Inhalt der Zirkelfläche, oder 72□Fuß und 10□ Zoll.

45.

Um den Inhalt eines Ovals Fig. 35. zu finden, multiplizirt man die größte Länge desselben c d mit der größten Breite e f und von dem was herauskömmt nimmt man nur ¾.

Es sey z. B. die Länge c d 16 Fuß, die Breite e f 12 Fuß

so giebt . 18
mit . 12 multiplizirt

36
18

216

davon ist $\frac{1}{4}$ —— 54
und dies . 3 mahl, weil $\frac{3}{4}$ genommen werden soll

giebt 162 □Fuß für den Inhalt des Ovals.

46.

Nunmehr folgt die Berechnung der Körper nach Cubic-Maaß.

Zuvörderst wiederhole man aber alles dasjenige, was wegen Ausmessung und Berechnung der Körper und des dazu gebräuchlichen Cubic-Maaßes bereits angeführt worden.

Man mache sich auch noch folgende Vorstellung. Gesetzt der rechtwinklichte Körper oder die Mauer Fig. 36. wäre 30 Fuß lang, 5 Fuß breit oder dick, und 12 Fuß hoch, so ist leicht einzusehen, daß um eine gleiche große Mauer von Cubic-Füße (gesetzt man hätte solche Würfel die einen Fuß lang, breit und hoch wären) aufzustellen, man auf die vorge-

dachte Länge von 30 Fuß, 30 dergleichen Cubic-Fuß neben einander stellen könnte; ferner, daß man in der Breite von 5 Fuß, 5 Reihen solcher Cubic-Fuße, also auf die Grundfläche der Mauer 5 mahl 30, das ist 150 Cubic-Fuß setzen könnte. Wenn nun die Mauer 12 Fuß hoch werden soll, so ist wiederum klar, daß 12 solcher Schichten, jede von 150 Cubic-Fuß aufeinander gestellt werden müßten, also 12 mahl 150, das ist 1800, Cubic-Fuß würden den Inhalt der Mauer ausmachen.

Hieraus fließt die Regel, daß man um den Inhalt der rechtwinklichten Körper, als z. B. die lothrecht aufgeführten, unten und oben gleich dicken Mauern, zu finden,

> die Länge derselben mit ihrer Breite, und das, was herauskömmt, mit der Höhe multipliziren muß.

Es sey z. B. die Länge einer Mauer 82 Fuß, ihre Breite 4 Fuß und die Höhe 16 Fuß, so ist

82
multiplizirt mit 4
328
multiplizirt mit 16
1968
328
5248 Cubic-Fuß, der Inhalt der Mauer.

47.

Wenn nun in der Länge, Breite und Höhe, oder bei einigen von diesen Stücken, oder bei einem allein, Füße und Zolle vorkämen, so muß alles zu Zolle gemacht werden. Z. B. eine Mauer sey 24 Fuß 5 Zoll lang 3 Fuß 4 Zoll breit und 8 Fuß 7 Zoll hoch, so betragen

1) 24F. 5Z. . . . . 293Z., als die Länge.
2) 3F. 4Z. . . . . 40Z. als die Breite.
3) 8F. 7Z. . . . . 103Z. als die Höhe.

293 Zoll die Länge
multiplizirt mit 40 — die Breite
11720 Quadrat-Zoll, so die Grundfläche hat,
wiederum multipliz. mit . . 103 als die Höhe d. Mauer
45160
11720
sind . 1207160 Cubic Zoll, der Inhalt der Mauer.

Will

Will man uun aber wissen wie viel dies Cubic-Fuß sind, so muß man mit 1728 dividiren, weil nach No. 20 ein Cubic-Fuß 1728 Cubic-Zoll hat.

```
1728) 1207160 | 698
      10368   |
      -----
       17036
       15552
       -----
       14840
       13824
       -----
        1016
```

Giebt 698 Cubic-Fuß und 1016 Cubic-Zoll, wofür man $\frac{3}{4}$ Cubic-Fuß setzen, solche aber auch wohl bei Mauerarbeiten ganz weglassen kann.

Will man ferner wissen, wie viel Schachtruthen diese 698 Cubic-Fuß betragen, so darf man nur mit 144 dividiren, weil nach No. 20 eine Sachtruthe 144 Cubic-Fuß enthält.

```
144) 698 | 4 —
     576 |
     ---
     122
```

Sind 4 Schachtruthen und 112 Cubic-Fuß;

Anmerk. Wer mit Brüchen rechnen kann der wird freilich auch wieder kürzer zum Zwecke gelangen, indem er anstatt die Fuße und Zoll zu Zolle zu machen, z. B. anstatt

24 Fuß 5 Zoll, $24\frac{5}{12}$ Fuß, anstatt 4 Zoll, $3\frac{1}{3}$ Fuß und anstatt 8 Fuß 7 Zoll, $8\frac{7}{12}$ Zoll ansetzen, und mit den Brüchen multiplizirent wird, da er denn gleich die Cubic-Fuße erhält. Wer aber nicht die Fertigkeit hat mit Brüchen zu rechnen der muß lieber bey der vorhergezeigten Rechnungsart bleiben und sich nur für Versehen im multipliciren, und dividiren in Acht nehmen und daher das Exempel ein paarmahl durchrechnen.

48.

Den Inhalt eines Banquets Fig. 36. und einer darauf stehenden Winkelrechten Mauer ausrechnen.

1) Es sey das Banquet	36.	Fuß lang
	5	Fuß breit
multiplic. giebt	180	
	3.	Fuß hoch
	540	CubicFuß,
Inhalt des Banquets.		
2) Die daraufstehende Mauer ist . .	35.	Fuß lang
	4	Fuß breit
	140	
	6	Fuß hoch
	840	CubicFuß,
Inhalt der Mauer.		
Das Banquet enthielt	540	CubicFuß
die Mauer ——	840	—
Summa	1380	CubicFuß,

oder 9 Schachtruthen und 114 Cubic Fuß (das ist etwas mehr als $9\frac{1}{4}$ Schachtruthen)

49.

Wenn aber ein Fundament oder sonst eine Mauer nach schrägen Linien aufgeführt werden soll als Fig. 37., so wird ebenfalls die Länge mit der Breite multiplic. und was herauskömmt, mit der Höhe. Es ist aber hierbei zu merken, daß weder mit der untern Breite noch mit der obern Breite multiplic. werden muß, denn ersteres würde offenbar zu viel und letzteres zu wenig Inhalt geben.

Es müssen also erst beide Breiten addirt, und denn die Summen halbirt oder mit 2 dividirt werden, wodurch man die Mittlere Breite e f bekömmt.

Z. B. die Mauer Fig. 37. wäre unten 6 Fuß und oben 4 Fuß, so ist, wenn man zu

	6	als die obere Breite
	4	als die untere Breite
addirt, die Summe	10.	
Diese halbirt . giebt	5	Fuß für die mittlere Breite e f.

Ist nun die Mauer . . . 82 Fuß lang
die mittlere Breite. . . 5 Fuß
so bekömmt man durchs mulpl. 140
diese wieder durch die lothrechte
Höhe d e multiplic. . .
welche wir zu . . 8 F. annehmen
so enthält die Mauer . 1120 Cubic Fuß,
oder 7. Schachtruthen 112 Cubic Fuß, oder
$7\frac{3}{4}$ Schachtruthen.

50.

Wenn ein Pfeiler Fig. 38. so beschaffen ist, daß seine Oberfläche kleiner als seine Grundfläche ist, und man will dessen Inhalt ausrechnen, so muß man erst die Grundfläche allein berechnen, dann die Oberfläche ebenfalls, beide addiren, davon die Hälfte nehmen, und dieses (als die Mittelfläche) mit der lothrechten Höhe multipliciren.

Es sey z. B. der Pfeiler Fig. 38. unten
5 Fuß lang
4 Fuß breit
multiplicirt giebt . 20 □Fuß als den Inhalt der Unterfläche

Die Oberfläche sey	4	Fuß lang
	3	Fuß breit
multiplicirt giebt	12	□F. für die Oberfläche
Die Unterfl. hatte .	20	□Fuß
die Oberfl. . . .	12	
	32	
halbirt giebt .	16	□Fuß für die mittlere Fläche.
Diese mit der Höhe des Pfeilers so wir zu .	6	Fuß annehmen, mltp.
giebt . . .	96	Cubicfuß für den Inhalt des Pfeilers.

Anmerk. Obgleich bei dieser Verfahrungsart nicht nach der äußersten Schärfe zu Werke gegangen wird, so ist solche doch für diejenigen zu deren Nutzen und Gebrauch diese Schrift aufgesetzt ist, hinreichend. Und eben dies gilt von dem folgenden Fall.

51.

Den Inhalt einer Säule Fig. 37 die oben eine kleinere Cirkelgrundfläche hat als die untere, auszurechnen.

Es sey der Durchmesser der untern Fläche 2 Fuß 8 Zoll.

der Durchmesser der oberen Fläche . . 2 Fuß 5 Zoll.

und die Höhe der Säule 16 Fuß.

Um nun den Inhalt der Unterfläche zu erhalten, muß nach No. 44. erst der Umkreis gefunden werden.

	7 : 22 :	32 Zoll (d. i. 2 F. 8 Z.)	
		22	
		64	
		64	
dividirt	7	704	100 Zoll, für den Umkreis

Nun wird der Umkreis	100	
mit den Durchmesser	32	multiplc.
	200	
	300	
und davon der 4te Theil	3200	
genommen, oder mit 4		
dividirt, giebt	800	□Zoll Inhalt der Unterfläche

Berechnung der Oberfläche deren Durchmesser 2 Fuß 5 Zoll ist.

7 : 22 :	29 (d. i. 2 F. 5 Z.)	
	22	
	58	
	58	
7	638	91 Z. für den Umk. d. Oberfl.

Diesen Umkreis 91
mit dem Durchmesser 29 multiplc.

819
182

davon der 4te Theil 2639
oder mit 4 divid. 659 □Zoll für den Inhalt der Oberfläche.

Zu dieser Oberfläche . . . 659 □Zoll
wird die Unterfläche . . . 800 addirt

giebt 1459
halbirt, sind . . 729 □Z. für die mittl. Fläch.

Diese mit der Höhe 16 Fuß
oder vielmehr da hier Zolle
sind, mit . . . . 192 Z. als so viel die 16 F bet.

multiplicirt . . . 1458
6561
729

giebt . . . . 129968 Cubiczoll, für den Inhalt der Säule

oder wenn man diese Cubiczolle mit 1728 dividirt, (weil ein Cubicfuß 1728 Cubiczoll hat) gerade 81 Cubicfuß.

52.

Den Inhalt eines im halben Zirkel über eine Brückenöffnung aufgeführten Tonnen Gewölbes Fig. 38. auszurechnen.

Der Durchmesser mit Inbegriff der Dicke des Gewölbes, oder der äußere Durchmesser a b sey 24, und der innere Durchmesser c d 18 Fuß; so muß man erstlich den Flächeninhalt des ganzen Cirkels a m o b s r suchen, und zwar findet man den Umkreis dieses Zirkels, wenn man setzt;

7 geben 22, was giebt ein Durchmesser von 24 Fuß für einen Umkreis?

22
48
48
7 | 528 | 75 Fuß
49
38

multiplic. (75 Fuß der Umkreis
24 der Durchmesser.

300
150
1800

hievon den
4ten Theil 450 □Fuß, Inhalt des großen oder des äußern Cirkels.

Ferner, um den Inhalt des innern oder des kleinen Cirkels zu finden

7 : 22 : 18 F. der kleine Durchmesser
22
36
36
7 | 396 | 56 F. der kleine Umkr.

multiplicirt .	(56 der Umkreis (18 der Durchm.
	448
	56
hievon der 4te Theil .	1008
	252 □Fuß Inhalt
des kleinen Cirkels.	
Der große Cirkel enthielt	450 □Fuß
Der kleinere hatte . .	252
abgezogen, bleiben .	198 □F. für das Stück zwischen beide Cirk.
Weil aber bei einem Gewölbe nur die Hälfte dieses Zwischenraums zwischen beid. Cirkeln oder die Stirne des Gewölbes in Betrachtung kömmt, so muß auch von obiger Zahl nur die Hälfte genommen werden, also ist	99 □F. der Inh. der Stirne des Gew.
Diese mit der Länge des Gewölbes multiplicirt, angenommen daß sie . .	32 Fuß betrüge
	198
	297
so ist der Inh. des Gew.	3168 Cubicfuß.

Anmerk. Dieser Bogen war 3 Fuß dick angenommen, bei schwächeren Bogen als über die Keller welche nur $\frac{1}{2}$ bis einen Fuß dick sind, wird die Bezahlung des Arbeitslohns nach dem Flächeninhalt des Raums, den das Gewölbe bedeckt, bezahlt, weshalb auch gemeiniglich in den Anschlägen stehet, so und so viele □Ruthen in plano gemessen, zu überwölben. Dieser Ausdruck will sagen, daß nicht nach der Rundung des Gewölbes, sondern nur nach der Länge und Breite des zu überwölbenden Raums gerechnet worden. Z. B. ein Keller wäre 60 Fuß lang und 24 Fuß breit, so betrüge dessen gerade Grundfläche 10 □Ruthen, und so viele □Ruthen werden auch nur zu überwölben angesetzt.

Da es auch zu weitläuftig seyn würde, den Cubicinhalt der Kellergewölbe nach obiger Art auszurechnen, so nimmt man aus der Erfahrung einen Satz an, wie viele Steine auf eine □Ruthe in plano gemessen, gehören.

Die Kellergewölbe sind gemeiniglich nur $\frac{1}{2}$ Stein dick, haben jedoch Gurte; zu den Gewölben nimmt man auch eine kleine Steinform. Man kann also auf eine □Ruthe Kuffengewölbe 1000 Stück, bei Kreuzgewölben aber wegen des mehrern Verhauens der Steine auf eine □Ruthe 1200 Steine rechnen.

53.

Nun folgen noch einige zusammengesetzte bei dem Bauwesen vorkommende Aufgaben. Es soll ein Fluhr welche 36 Fuß lang und 20 Fuß breit ist, mit Fliesen belegt werden, welche 8 Zoll ins Quadrat groß sind; es frägt sich wie viele Fliesen erforderlich sind.

Der Fluhr ist . . 36 Fuß lang
20 Fuß breit

also enthält derselbe . 720 □Fuß.

Eine Fließe ist . 8 Zoll lang
8 Zoll breit

enthält also . . . 64 □Zoll.

Weil wir nun hier Quadratzolle und oben Quadratfuße haben, so müssen die

720 □Fuß
erst mit 144 multiplc. werden (weil ein □F. 144 □Z. hat)

2880
2880
720

wodurch 103680 □Zoll für den Inhalt des Fluhrs herauskommen.

divid. man nun mit 64) als dem Inhalt einer Fliese, so wird man . 1620 erhalten, als so viele Fliesen zur Belegung des Fluhrs erforderlich sind.

54.

Es soll ein Boden welcher 204 Fuß lang und 42 Fuß breit ist, mit Bretter belegt werden, welche 22 Fuß lang und nach Abzug des Spunds oder wenn sie ungespündet gelegt werden, 11 Zoll breit sind. Es frägt sich wie viel dergleichen Bretter erforderlich sind.

Der Boden ist	204	Fuß lang
	42	Fuß breit
	408	
	816	
enthält also	8568	□Fuß.

Ein Brett ist 22 Fuß lang, wofür wir gleich setzen, ... 264 Zoll

und	11	Zoll breit
	264	
	264	
es enthält also im Brette	2904	□Zoll.

Die	8568	□F. so der Boden enthielte
mit . . .	144	mult. (weil ein □F. 144 □Z. hat)
giebt .	1233216	□Zoll.

Werden diese mit 2904 □Zoll, als den Inhalt einer Diele dividirt, so kömmt 424 heraus, als so viele Dielen zur Belegung des Bodens erforderlich sind; da aber auch bei der Division noch etwas übrig bleibt, so kann man lieber 425 Dielen rechnen.

55.

Die erforderlichen Mauersteine zu einer Mauer Fig. 39 auszurechnen.

Es sey die Mauer . . 75 Fuß lang
ihre Breite oder Dicke betrage 3 Fuß
multiplicirt, giebt . . 225 □Fuß.
Die Höhe der Mauer sey 12 Fuß
450
225
sie enthielte also . 2700 Cubicfuß.

Anmerk. Bei Bezahlung des Mauerlohns werden nun zwar die Fenster und Thüröffnungen als volle Mauer gerechnet, weil der Maurer wegen der Schmiegen, Anschläge und Ueberwölben der Thür- und Fensteröffnungen so viel und mehr zu thun hat als wenn alles volle Mauer wäre. Bei Berechnung der erforderlichen Steine müssen aber die Fenster- und Thüröffnungen abgezogen werden.

Die Thüröffnung von 4 Fuß breit
3 Fuß tief (neml. so viel als die Mauer dick ist)
multiplic. giebt . 12
wieder multip. mit 7 die Höhe der Thüre
sind . 84 Cubicfuß so die Oeffnung der Thür beträgt.

Ein Fenster ist 3 Fuß breit
3 F. tief (die Dicke d. Mauer)

9
6 Fuß hoch

sind . 54 Cubicfuß, so eine Fensteröffnung enthält.

Ein Fenster beträgt 54 Cubicfuß
deren sind 2

also . . 108 Cubicfuß.

Die Thüröffnung enthielt 84 Cubicfuß
die 2 Fenster . . 108

zusammen . . 192 Cubicfuß.

Der Inhalt der ganzen Mauer
war . . . . 2700 Cubicf.
Hievon für die Thür- und Fensteröffnungen abgezogen . 192

also enthält die reine Mauer . 2508 Cubicf.

Nehmen wir nun an, daß ein Mauerstein 12 Zoll lang, 6 Zoll breit und 3 Zoll dick ist, so findet man

12 Zoll lang
6 Zoll breit

72
3 Zoll hoch

daß ein solcher Stein 216 Cubicz. enthält.

Anmerk. Die Steine können nicht wie hier angenommen worden, gerade die halbe Länge

zur Breite haben, sondern etwas weniger wegen der Kalkfuge, weil aber Brüche vorgekommen seyn würden, so kann das obige als Beispiel gelten, daß um den Cubicinhalt eines Ziegels zu finden, man dessen Länge mit der Breite, und die gefundene Zahl wieder mit der Höhe multipliciren muß.

Eine Mauer bestehet aus Steinen und Mörtel, und man hat durch Versuche gefunden, daß in einer Mauer von großen Steinen ohngefähr $\frac{1}{4}$, von kleinen Ziegeln aber ohngefähr $\frac{1}{3}$ der ganzen Mauer, Mörtel ist.

Weil nun hier große Mauersteine angenommen sind, so müßten nur $\frac{3}{4}$ des vorhergefundenen Inhalts der Mauer, mit dem Inhalt eines Steines dividirt werden, wodurch man natürlicherweise die Anzahl der erforderlichen Steine erhielte.

Allein, weil der ganze Inhalt der Mauer (hier von 2508 Cubicfuß) erst zu Cubiczoll gemacht werden müsse, weil der Inhalt eines einzelnen Steins nach Zolle berechnet ist, und Zolle nur in Zolle dividiren können, so würde das ein weitläuftiges multipliciren und dividiren erfordern.

Es ist daher bequemer nur die erforderlichen Steine zu einer Schachtruthe auszurechnen.

Eine Schachtruthe hat 144 Cubicfuß.

Als Mauer betrachtet nehmen wir, in dem gegenwärtigen Fall, nemlich bei Mauersteine von großen Format $\frac{1}{4}$ für Mauerspeise oder Mörtel und $\frac{3}{4}$ als Steinmasse an,

werden also 144
div. durch 4) | 36 ist ein Viertel
3 mahl
108 Cubicf. sind also $\frac{3}{4}$ von einer Schachtruthe

diese 108 Cubicfuß
multiplic. mit 1728 (weil ein Cubicf. 1728 Cubiczoll hat)
giebt 186624 Cubiczoll.

Diese . 186624 Cubz. | giebt
div. durch 216 als den Inhalt eines Mauersteins . 1728 | 864
1382
1296
864
864
0

Zu diesen . . . . 864 Steinen
werden noch 5 Stück pro 100 für den Bruch gerechnet . . . 45 —
also gehören von obiger Form 909 Steine zu einer Schachtruthe.

Anmerk. Bei schlechten Steinen kann man wohl 8 bis 10 pro 100 für den Bruch rechnen.

Nun enthielte vorhin die Mauer 3508 Cubicfuß. Rechnet man diese zu Schachtruthen, so wird man finden daß es beinahe $70\frac{1}{2}$ Schachtruthen beträgt.

Multiplicirt man also die oben gefundene Anzahl Steine zu eine Schachtruthe 909
mit 70
63630
und setzt noch für die halbe Schachtruthe, (die Hälfte von 909) . . . 454 zu,
und addirt 64084

so zeigt sich daß 64084 Steine zur Mauer erforderlich sind, wofür man wohl gerade 60000 annehmen kann.

56.

Da die Mauersteine mehrentheils von der Art sind, daß ihre Längen, Breiten und Höhen, halbe und Viertelzolle enthalten, so wird dadurch zwar für diejenigen, welche mit Brüchen zu rechnen verstehen, keine Schwierigkeit entstehen, die Länge, Breite und Höhe oder Dicke zu multipliciren, wenn auch halbe und Viertelzolle vorkommen, und so den Inhalt der Steine zu finden; für diejenigen aber wel-

che nicht mit der Bruchrechnung umzugehen wissen, dienen folgende Sätze:

	Z. lang	Z. breit	Z. dick	enthält
1. Ein Mauerstein von	$11\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	174 Cubz.
2. — —	10 —	5 —	$2\frac{1}{2}$ —	115 —
3. — —	$9\frac{1}{2}$ —	$4\frac{1}{2}$ —	2 —	$85\frac{1}{2}$ —

57.

Zu noch mehrerer Erleichterung der Rechnung werden folgende Sätze mitgetheilt.

Von der Sorte Ziegel No. 1. gehören zu einer Schachtr. inclusive für den Bruch . . .	1200 St.
— — — No. 2. . . .	1500 —
— — — Nr. 3. . . .	2000 —

58.

Man darf also die Mauern nur nach Schachtruthen berechnen, und die gefundene Anzahl derselben durch eine vou diesen Zahlen (die zu der Sorte von Steinen gehört, welche man anwenden will) multipliciren, so hat man den ganzen Bedarf der erforderlichen Steine.

59.

Den Inhalt eines Grabens auszurechnen Fig. 40.

Es sey die obere Breite a b	16	Fuß
die untere Breite . c d	8	
addirt	24	
Davon die Häfte oder mit 2 dividirt, giebt	12	als die mittlere Breite g h.
Diese mit der Tiefe e f multiplicirt, so wir 4 F. annehm.	4	
giebt . . .	48	□Fuß für die Durchschnittsfl. a c d b des Grabens.
Diese Durchschnittsfläche multiplicirt mit der Länge des Grabens, so angenommen wird	192	Fuß
	88	
	432	
	48	
sind	9208	
diese divid. durch 144) (weil eine Schachr. 144 Cf. hat)		
	63	Schachtruthen,
116 Cubicfuß oder beinahe	63¾	Schachtruthen.

60.

Wenn die Länge eines Grabens ansehnlich ist, oder eine große Anzahl Fuße enthielte, mithin ein weitläuftiges Multipliciren und Dividiren erfordert, so darf man nur

ausrechnen, wie viel eine Ruthe lang von den Graben, enthält.

Z. E. die obere Breite ist	16	Fuß
die untere Breite	8	
dividirt mit 2)	24	
	12	die mittlere Breite.
mult. mit der Tiefe des Grab.	4	
giebt	48	□Fuß für die Durchschnittsfl.

Anstatt nun diese 48 □Fuß mit der ganzen Länge des Grabens zu multiplc., welche wenn wir sie zu 124 Ruthen annehmen, 1488 Fuß betragen würden, so darf man es nur mit 12 Fuß als die Länge einer Ruthe . 12

	96	
	48	
giebt	576	Cubicfuß oder

4 Schachtruthen, welche dieser Graben auf einer Ruthe lang (oder auf einer laufenden Ruthe) enthält.

Nun ist der Graben . . .	124	Ruth. lang
und eine laufende Ruthe enthält	4	Schachtr.
mithin hat der ganze Graben	496	Schachtr.

oder, wenn derselbe angefertiget werden soll, so müssen so viele Schachtruthen Erde ausgegraben werden.

61.

Den Inhalt eines auszugrabenden Teichs auszurechnen, wenn die Oberfläche des Erdreichs ungleich ist, so daß an einigen Oertern tiefer als an den andern auszugraben und auszukarren ist, damit der Teich eine wagerechte Grundfläche erhalte.

Man muß, nachdem die Länge und Breite des Teichs bestimmt worden, verschiedene Stellen bemerken, wo das Erdreich am höchsten und wo es am niedrigsten ist; an diesen Stellen müssen die Teichgräber Kegel von Erde stehen lassen, wie Fig. 41 vorgestellt ist. Diese werden nun, wenn die Grundfläche des Teichs nach der Wage ausgegraben und geebnet ist, verschiedene Höhen haben. Gesetzt man hätte 8 Kegel stehen lassen, wovon der

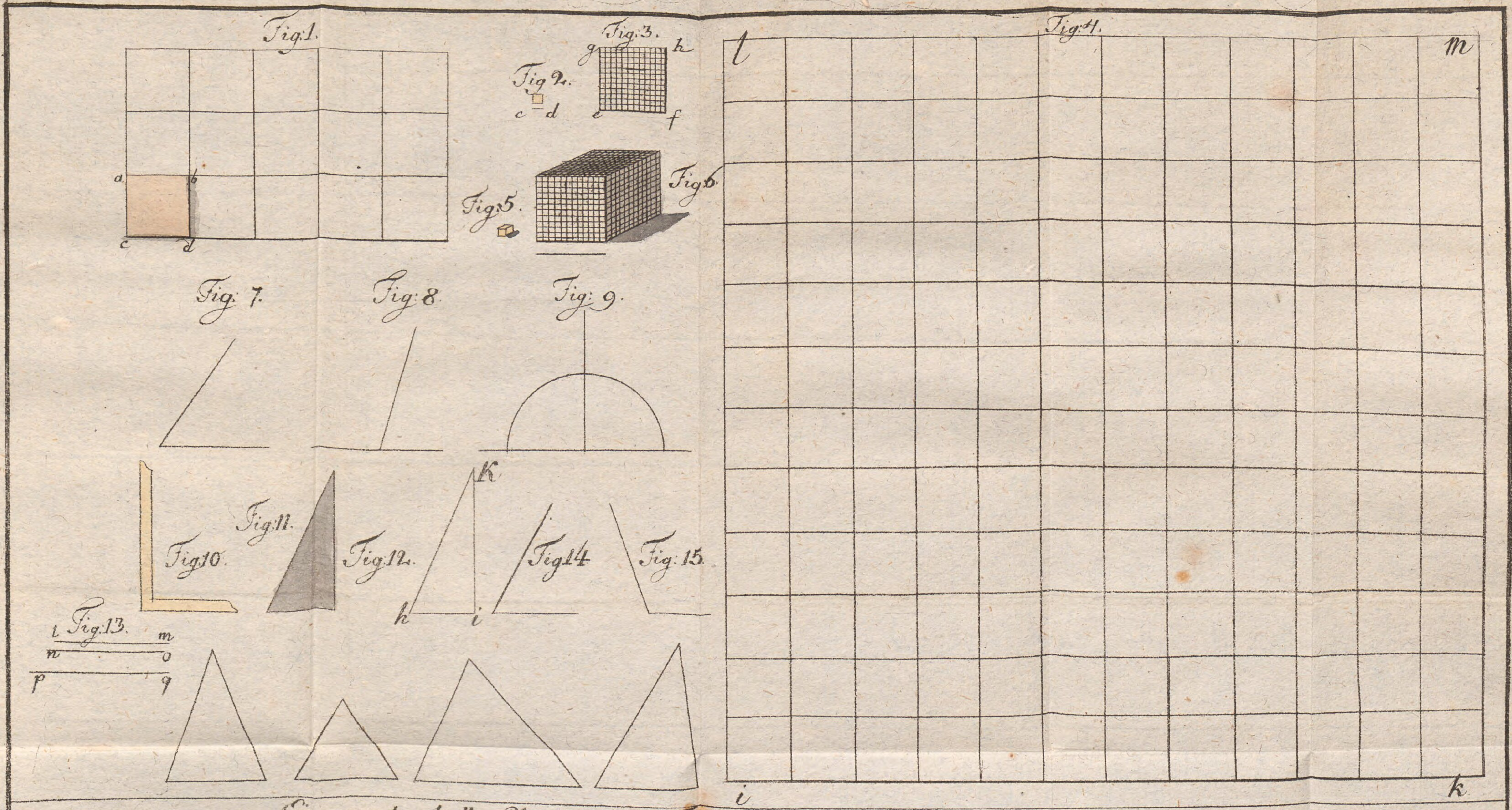
erste	—	3 Fuß hoch
2	—	5
3	—	6
4	—	1
5	—	4
6	—	3
7	—	8
8	—	2

so werden solche addirt . . . 32 Fuß
und mit der Anzahl derselben also
mit 8 dividirt, giebt 4 Fuß, für die mittlere Durchschnittstiefe des Teichs.

Betrüge nun die Länge des
Teichs . . . . . 80 Fuß
und die Breite desselben . 40
so erhält man durch die Mult. 3200 □F. für die Fläche des Teichs.
diese mit der Tiefe 4 F. mult. 4
beträgt 12800 Cubicfuß,

diese (mit 144 dividirt) giebt 88 und beinahe $\frac{3}{4}$ Schachtruthen, welche ausgegraben werden müssen.

Tab. I



Ein accurater halber Rheinländischer Fus, wo von 12 Gantze eine Rheinländische Ruthe ausmachen.

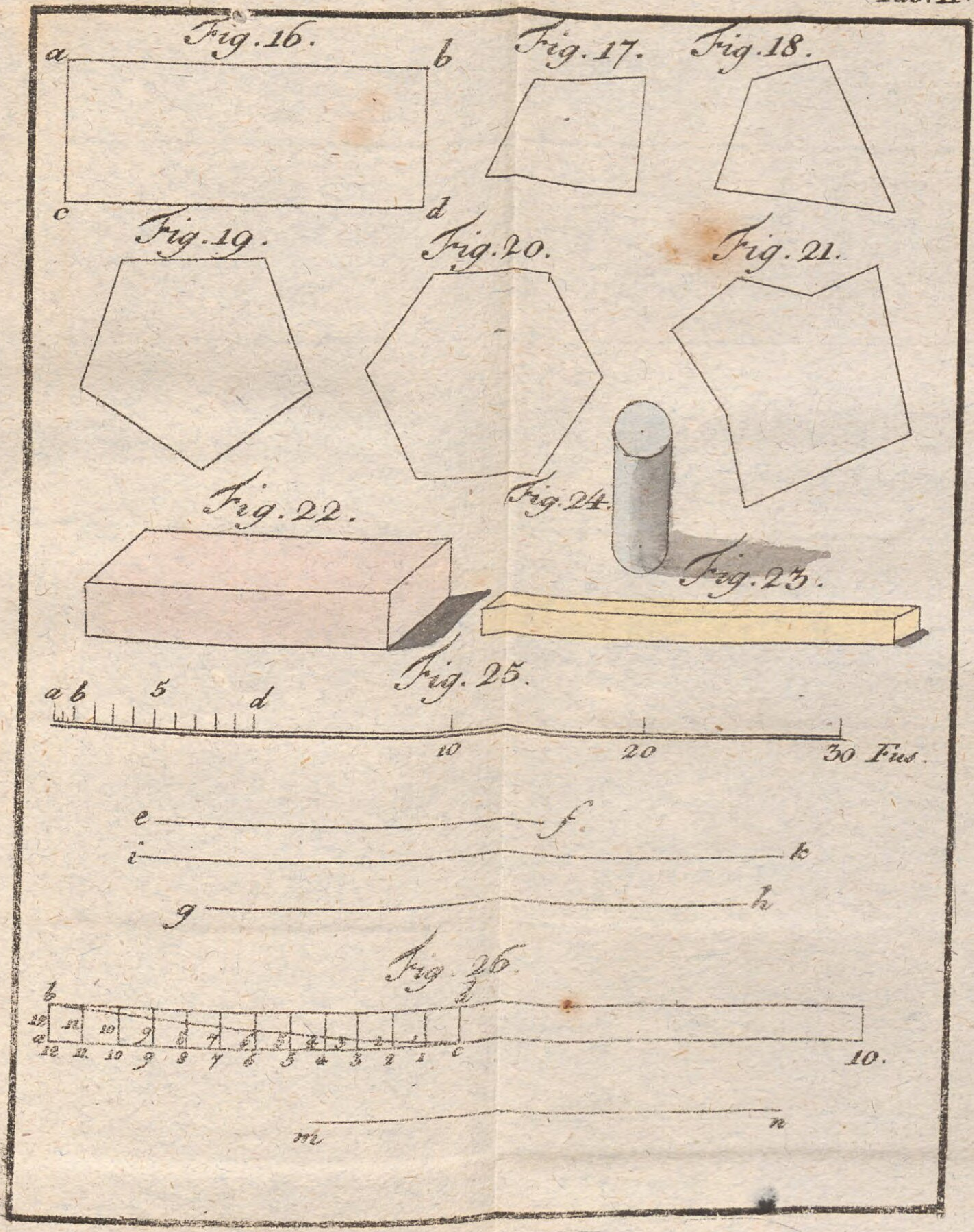


Fig. 16.
a
b
c
d
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 24.
Fig. 23.
Fig. 25.
a b 5 d
10
20
30 Fus.
e
f
i
k
g
h
Fig. 26.
b
h
a
c
12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
10.
m
n

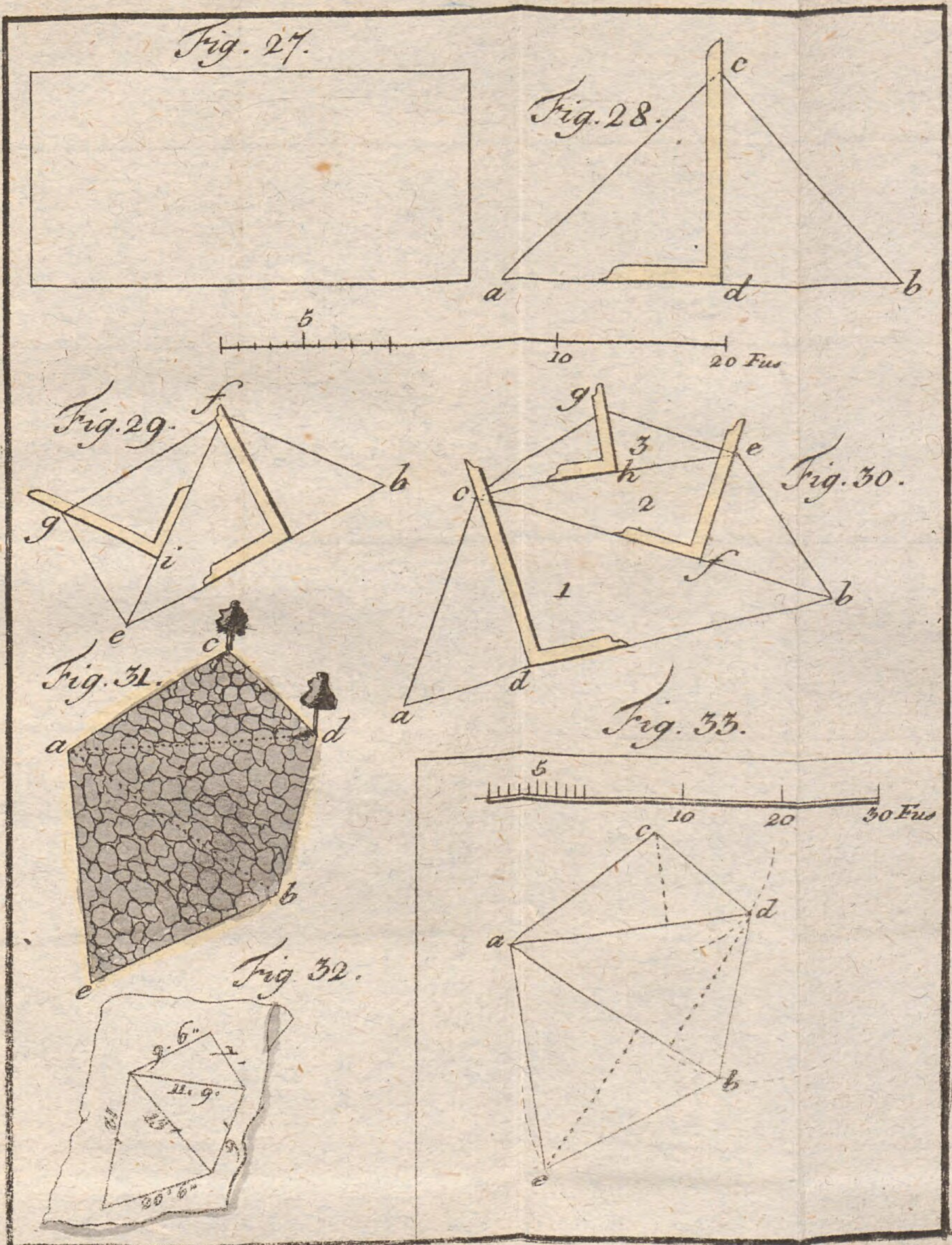


Fig. 27.
Fig. 28.
c
a
d
b
5
10
20 Fus
Fig. 29.
f
b
g
i
e
g
e
3
h
Fig. 30.
c
2
f
1
b
d
a
c
Fig. 31.
a
d
b
e
Fig. 32.
Fig. 33.
5
10
20
30 Fus
c
d
a
b
e

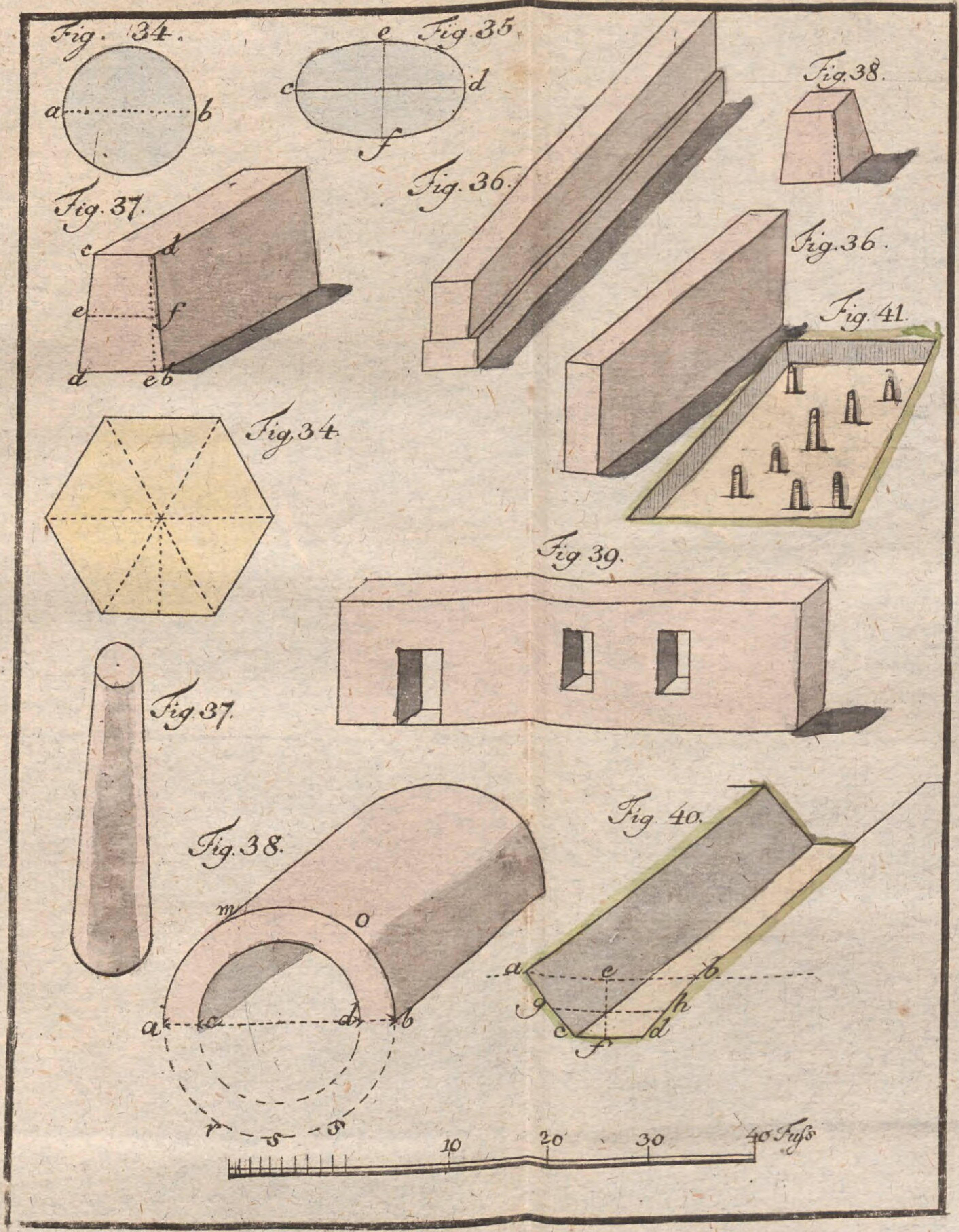


Fig. 34.
a
b
e
Fig. 35
c
d
f
Fig. 38.
Fig. 36.
Fig. 37.
c
d
e
f
d
eb
Fig. 36.
Fig. 41.
Fig. 34.
Fig. 39.
Fig. 37.
Fig. 40.
Fig. 38.
m
o
a
c
d
b
r
s
s
a
e
b
g
h
c
f
d
10
20
30
40 Fuss